Problém N sudoku cifer

Pavel Stříž (Malipivo)
pavel@striz.cz

OSSConf, Žilina, SK
2. – 4. července 2024

https://archive.org/details/2024-statisticke-dny-striz

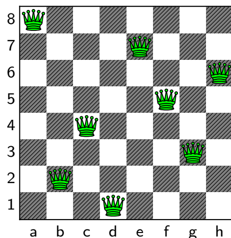
Osnova

- Problém N dam.
- Problém N sudoku cifer.
- Opěrné body programu pro Python3.
- Vybrané výsledky.
- Řešené a otevřené problémy.

Problém N dam

- Základní varianta je $N = 8$.
- Umístit osm dam, aby na sebe vzájemně neútočily: řádek, sloupec, diagonální linie.
- 92 řešení, 12 s vyloučením rotace a zrcadlení.

Ukázka pro $N = 8$, jedna třída dam



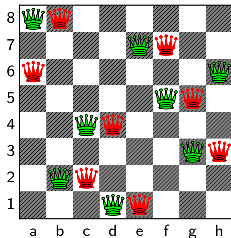

```
Q*******        10000000
****Q***        00001000
*******Q        00000001
*****Q**        00000100
**Q*****        00100000
******Q*        00000010
*Q******        01000000
***Q****        00010000
```

Ukázka 1. řešení pro $N = 28$ je na úvodním snímku. Pro $N \geq 28$ neznáme přesný počet řešení, ať s či bez zahrnutí symetrie.

Problém N sudoku cifer

- Můžeme přidat dalších N dam? Mezi sebou nesmí útočit, vůči jiným to nevadí.
- Zalíbil se mi termín třída dam/cifer, ale nezní špatně i rodina dam/cifer.

Ukázka pro $N = 8, T = 2$




```
Qq******      12000000
****Qq**      00001200
q******Q      20000001
*****Qq*      00000120
**Qq****      00120000
******Qq      00000012
*Qq*****      01200000
***Qq***      00012000
```

Otázky

- Můžeme zaplnit celou plochu? N dam a $T = N$ tříd.
- Pokud nikoliv, jaký je nejvyšší možný počet tříd T pro zvolené N?
- Pokud existují řešení pro $N = 9$, $T = N$, je některé použitelné pro sudoku (řešení)?

Opěrné body programu

- Dámu neumisťujeme kdekoliv na šachovnici, ale jen na patřičný řádek.
- Máme proměnnou zákazů pro všechny třídy, a pak uvnitř tříd.
- Zákaz je počet dam ohrožující dané volné pole.
- Zákazy nedáváme na aktivní řádek či řádky vyšší, tam už ke změně uvnitř třídy nedojde.
- Postupně se snažíme umístit všechny dámy první třídy, pak druhé atd. až po kolik si řekneme.

1. řešení pro $N, T = 5$

```
12345
45123
23451
51234
34512
```

```
1****    *2***    **3**    ***4*    ****5
**1**    ***2*    ****3    4****    *5***
****1    2****    *3***    **4**    ***5*
*1***    **2**    ***3*    ****4    5****
***1*    ****2    3****    *4***    **5**
```

1. řešení pro $N, T = 7$

```
1234567
6712345
4567123
2345671
7123456
5671234
3456712
```

1. řešení pro $N = 9$, $T = 7$

```
123045670
501273406
247601530
060534217
314060752
475102063
002756341
630427105
756310024
```

```
123
501
247
```

Pozn. Tohle konkrétní řešení by nebylo pro sudoku použitelné. V 1. bloku jsou dvě jedničky a dvě dvojky, ve třetím dvě šestky ap.

Pro $N, T = 9$ stále hledám.

1. řešení pro $N, T = 11$ alias žebřík

```
123456789AB
AB123456789
89AB1234567
6789AB12345
456789AB123
23456789AB1
B123456789A
9AB12345678
789AB123456
56789AB1234
3456789AB12
```

Řešené a otevřené problémy

- Domněnka: Existuje vždy řešení pro lichá $N \in \mathbb{N}$ bez trojky pro $T = N$?
- Domněnka: Neexistuje vždy řešení pro sudá $N \in \mathbb{N}$ a $T = N$?
- Domněnka: Ale existuje vždy řešení pro sudá $N \in \mathbb{N}$ vyjma dvojky pro $T = N - 2$?
- Existuje žebříkové řešení pro velké N jako pro $N = 11$?
- Jaké vychází počty řešení při zahrnutí symetrií (rotace, zrcadlení)?

Varianta úlohy

Pokud nedojde k zaplnění herní plochy, kolik nejvíc cifer celkově lze užít? Myšlenka: zaplnit $N - 2$ tříd a zbytek vyzkoušet všechny možnosti?

Jakou zvolit strategii pokládání figur? Ovlivní to výsledek?

Např. u $N = 4$ můžeme ještě přidat dvě 3 a dvě 4:

0120	3120	3124
2001	2031	2431
1002	1002	1002
0210	0210	0210

Zaplnění 12 ze 16 polí.

Novinky z pondělí 24. 6. 2024

Pro $N = 9$, $T = N$ řešení neexistuje.
Žádný šachovo-sudokový zázrak se nekonal.
Domněnka pro lichá čísla se nepotvrdila.

Pro badatele. Pro $N = 9$, $T = 7$, lze vytvořit alespoň jedno sudoku z takto předepsaného mustru? Případně kolik. Postup:

- Vygenerovat všechna řešení $N = 9$, $T = 7$.
- Vyřadit ta řešení, kde neplatí podmínka kladená na sudoku bloky 3×3.
- Ze zbylých rekurzí vyzkoušet doplnit zbylé cifry [8, 9].

Novinky z úterý 25. 6. 2024

Spojil jsem generování s podmínkou na bloky sudoku. Řešeních je 120960. První vypadá takto:

```
123450670
407613052
560072134
072534061
304126507
615007423
246705310
030261745
751340206
```

Otázka zní, je platné? A pokud není, které je první platné, existuje-li?

Novinky ze středy 26. 6. 2024

Doprogramoval jsem i možnost doplnit zbylé cifry a vznikne-li platné sudoku. U 361. řešení dostáváme 1. platný výsledek.

```
102345670     182345679
034617205     934617285
765200143     765289143
527034061     527934861
340176052 ->  348176952
610520734     619528734
256003417     256893417
403761520     493761528
071452306     871452396
```

Pro ty, kteří vydrželi: Lze z některého platného mustru vygenerovat víc sudoku?

Novinky ze čtvrtka 27. 6. 2024

Jasné, z True/False se rekurze přepracovala na počítání. Ve zmíněném dostáváme čtyři možnosti:

182345679	182345679	192345678	192345678
934617285	934617285	834617295	834617295
765289143	765298143	765289143	765298143
527934861	527834961	527934861	527834961
348176952	349176852	348176952	349176852
619528734	618529734	619528734	618529734
256893417	256983417	256893417	256983417
493761528	493761528	483761529	483761529
871452396	871452396	971452386	971452386

Kolik je tedy celkem generovatelných sudoku z $N = 9$, $T = 7$? Platných mustrů na sudoku je 20160 z 120960. Generovatelných sudoku je 80640 (čtyřikrát řádek výš…).

Shrnutí pro $N = 9$, $T \leq 9$

Tříd / cifer T	Problém T dam	T dam + podm. na sudoku bloky	Z toho mustrů sudoku gen.	Generovatelných sudoku z mustrů
1	352	144	144	?
2	48328	8328	8328	?
3	2315208	174552	174552	?
4	33563424	1198464	1198464	?
5	121580160	2460960	2460960	?
6	84130560	1310400	1091520	26904960
7	7822080	120960	20160	80640
8	0	0	0	0
9	0	0	0	0

Nepočítám víc: Kolik konkrétních sudoku lze získat? Viz poslední sloupec tabulky. Lítá to o tři řády.
Pozn. U výpočtů jsem byl v průměru pod půl % zabrání paměti, to potěšilo.

Typografická vsuvka: oslava výpočtů

Tohle jsem si šetřil pro $N = 9$, $T = 9$, ale poněvadž to řešení nemá, tak alespoň $N = 9$, $T = 7$ a rekurzí první objevený exponát.



Balíček chessboard

```
\setboardfontencoding{LSBC3}
\def\mallist{
Qa9,      Qc9, Qd9, Qe9, Qf9, Qg9, Qh9,
     Qb8, Qc8, Qd8, Qe8, Qf8, Qg8,      Qi8,
Qa7, Qb7, Qc7, Qd7,           Qg7, Qh7, Qi7,
Qa6, Qb6, Qc6,      Qe6, Qf6,      Qh6, Qi6,
Qa5, Qb5,      Qd5, Qe5, Qf5,      Qh5, Qi5,
Qa4, Qb4,      Qd4, Qe4,      Qg4, Qh4, Qi4,
Qa3, Qb3, Qc3,           Qf3, Qg3, Qh3, Qi3,
Qa2,      Qc2, Qd2, Qe2, Qf2, Qg2, Qh2,
     Qb1, Qc1, Qd1, Qe1, Qf1, Qg1,      Qi1
}
\setchessboard{maxfield=i9, setpieces=\mallist, showmover=false}
\chessboard[smallboard, coloremph,
whitepiecemaskcolor=green, emphareas={a9-a9,e8-e8,g7-g7,i6-i6,d5-d5,b4-b4,h3-h3,f2-f2,c1-c1},%1
whitepiecemaskcolor=red,   emphareas={c9-c9,g8-g8,d7-d7,b6-b6,i5-i5,e4-e4,a3-a3,h2-h2,f1-f1},%2
whitepiecemaskcolor=yellow,emphareas={d9-d9,b8-b8,i7-i7,e6-e6,a5-a5,h4-h4,f3-f3,c2-c2,g1-g1},%3
whitepiecemaskcolor=cyan,  emphareas={e9-e9,c8-c8,h7-h7,f6-f6,b5-b5,i4-i4,g3-g3,a2-a2,d1-d1},%4
whitepiecemaskcolor=orange,emphareas={f9-f9,i8-i8,c7-c7,a6-a6,h5-h5,d4-d4,b3-b3,g2-g2,e1-e1},%5
whitepiecemaskcolor=white, emphareas={g9-g9,d8-d8,b7-b7,h6-h6,f5-f5,a4-a4,c3-c3,e2-e2,i1-i1},%6
whitepiecemaskcolor=blue,  emphareas={h9-h9,f8-f8,a7-a7,c6-c6,e5-e5,g4-g4,i3-i3,d2-d2,b1-b1},%7
  %
pgfstyle=text, color=black, text={\bf8}, markfields={b9,h8,e7,g6,c5,f4,d3,i2,a1}, % 8
               color=violet,text={\bf9}, markfields={i9,a8,f7,d6,g5,c4,e3,b2,h1}  % 9
  ]%
```

Děkuji za pozornost!

Více detailů v článku ve sborníku OSSConf
či jeho záloha na `archive.org`.